

DI UNA COSTRUZIONE
DELLA
SUPERFICIE DEL 4.^o ORDINE DOTATA DI CONICA DOPPIA
DEL
s. c. GIUSEPPE VERONESE

In questa Nota do' un teorema sulla superficie del 4.^o ordine dotata di conica doppia, la quale è già stata studiata principalmente da Kummer, Clebsch, Cremona, e nei suoi casi particolari da Dupin, da Darboux e da altri. Questo teorema generale comprende in sè una nuova costruzione di questa superficie e dei suoi casi particolari. Questa, come altre importanti ricerche, si deduce semplicemente e spontaneamente dal problema della intersezione di due superficie di 2.^o grado a tre dimensioni nello spazio a quattro dimensioni (1).

Il teorema è il seguente:

Dati nel nostro spazio tre punti V, V', S in linea retta, e due superficie di 2.^o grado M, M' , conducendo per S delle trasversali, le quali incontrino le superficie M, M' in due coppie di punti $AA', A'A'_1$, e congiungendo queste coppie di punti rispettivamente coi punti V e V' , si ottengono quattro rette, che s'incontrano oltre che in V e V' in altri quattro punti X di una superficie del 4.^o ordine dotata di conica doppia.

Il piano tangente in uno di questi punti X si ottiene

(1) Vedi A., *Geometria descrittiva a quattro dimensioni*. — Atti del R. Istituto veneto, aprile 1882.

congiungendo questo punto colla retta d'intersezione dei due piani tangenti nei due punti AA' alle superficie MM' , che lo determinano.

La superficie così generata è la proiezione centrale nel nostro spazio della superficie d'intersezione di due coni a tre dimensioni dello spazio a quattro dimensioni, dei quali M, M' sono le tracce nel nostro spazio, V e V' le proiezioni dei loro vertici ed S la traccia della retta congiungente questi ultimi punti.

Per costruire la conica doppia basta osservare che pel centro C di proiezione nello spazio a quattro dimensioni e per la intersezione dei due coni dati passa una sola superficie di 2.° grado a tre dimensioni, la quale possiede nel centro C un cono di 2.° grado a due dimensioni ⁽¹⁾, le cui generatrici tagliano la superficie d'intersezione dei due coni dati in due punti. Quindi questo cono di vertice C ci dà nel nostro spazio la conica doppia considerata. La costruzione di questa conica avviene facilmente mediante le proprietà polari rispetto alle superficie e ai coni di 2.° grado in modo analogo a quello usato per costruire i punti doppi della proiezione sopra un piano della curva d'intersezione di due superficie qualunque di 2.° grado nel nostro spazio ⁽²⁾.

Lo studio della proprietà della superficie d'intersezione di due superficie di 2.° grado a tre dimensioni, conduce senz'altro alle proprietà e alla relativa costruzione delle superficie di 4.° ordine del nostro spazio dotate di conica doppia. — Variando la posizione reciproca delle due superficie M, M' e dei punti V, V', S , si ottengono i casi particolari della superficie di 4.° ordine.

Venezia, agosto 1844.

(1) A., *Behandlung der project. Verhältnisse der Räume von verschiedenen Dimensionen* ecc. — Math. Annalen, vol. XIX.

(2) A., *Behandlung* ecc.